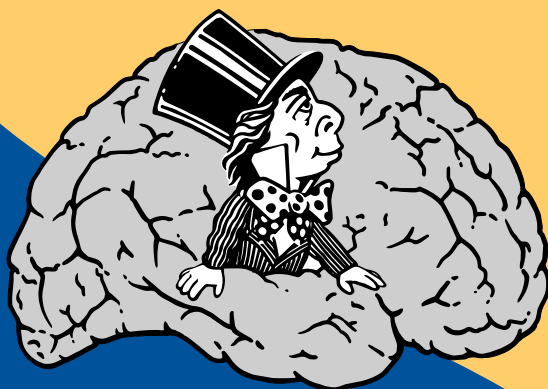


# КОГНИТИВНАЯ НАУКА

В МОСКВЕ



НОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

МАТЕРИАЛЫ  
КОНФЕРЕНЦИИ  
2019

Под ред. Е.В. Печенковой, М.В. Фаликман

УДК 159.9  
ББК 88.25  
К57

Когнитивная наука в Москве: новые исследования. Материалы конференции 19 июня 2019 г. Под ред. Е. В. Печенковой, М. В. Фаликман. – М.: ООО «Буки Веди», ИППиП. 2019 г. – 656 стр.

ISBN 978-5-4465-2346-7

УДК 159.9  
ББК 88.25

ISBN 978-5-4465-2346-7

©Авторы статей, 2019

## УСТОЙЧИВАЯ ПРОЦЕДУРА СГЛАЖИВАНИЯ ДАННЫХ АЙТРЕКИНГА ДЛЯ АНАЛИЗА МИКРОДВИЖЕНИЙ ГЛАЗ

В. Е. Дубровский\*, А. В. Гарусев, Е. Г. Лунякова

[vicdubr@mail.ru](mailto:vicdubr@mail.ru)

МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва

**Аннотация.** Практически любая запись движений глаз является зашумленной. В большинстве случаев этими шумами можно пренебречь, так как вносимая ими погрешность достаточно мала. Но при изучении микродвижений глаз уровень шумов аппаратуры оказывается сопоставимым с амплитудой полезного сигнала, так что приходится сглаживать полученную запись. Обычно для этих целей применяются линейные сглаживатели, но, поскольку они очень чувствительны к выбросам и скачкам, для их устранения выполняется предварительное медианное сглаживание. Хотелось бы иметь одну устойчивую процедуру в качестве альтернативы этому двухэтапному процессу. Мы предлагаем использовать процедуру, основанную на М-оценке Хубера с неквадратичной функцией потерь. Эти оценки являются промежуточными между медианным сглаживателем и ядерным сглаживателем Надарая-Ватсона. Для вычисления оценки Хубера обычно предлагается итерационный метод, требующий значительных временных затрат даже на современных вычислительных системах, что ограничивает его применение. В данной работе используется другой, практически неизвестный алгоритм, разработанный А. Б. Цыбаковым и В. Е. Дубровским (неопубликованный отчет, 1990) для статистического пакета XploRe (Härdle, 1993). Программа, реализованная в среде MATLAB/OCTAVE, позволяет быстро вычислять оценки Хубера за конечное число шагов. С помощью этого метода были обработаны записи движений глаз, полученные в нескольких экспериментах. Качество обработки заметно выше, чем получаемое традиционным линейным сглаживателем, что делает данную разработку перспективной для использования в решении ряда научных и практических задач, связанных с анализом траекторий движения глаз.

**Ключевые слова:** движения глаз, методы айтрекинга, сглаживание экспериментальных данных, непараметрическая регрессия, робастное сглаживание

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 19-013-00784\19.

Современное оборудование, широко используемое для айтрекинга, позволяет регистрировать направление взгляда наблюдателя с высокой частотой и точностью. Однако практически любая запись движений глаз является зашумленной (Duchowski, 2017). При анализе крупных паттернов движений глаз (положения фиксации, последовательности и направления саккад) этими шумами можно пренебречь, так как вносимая ими погрешность достаточно мала. Но при изучении микродвижений глаз уровень шумов аппаратуры оказывается сопоставимым с амплитудой полезного сигнала, так что приходится сглаживать

полученную запись. В настоящей работе предлагается новый эффективный метод сглаживания экспериментальных данных.

С формальной точки зрения мы имеем дело со стандартной задачей восстановления функции  $f(t)$  по зашумленным наблюдениям (Хардле, 1993). Обычно предполагается, что измеренные в моменты времени  $t_i$  значения  $y_i$  являются суммой полезного сигнала и шума:

$$y_k = f(t_k) + \zeta_k, k = 1, \dots, n$$

Условно методы, позволяющие в той или иной мере избавиться от шума, можно разделить на две большие группы:

1) *фильтрация* — оценка сглаженной величины в некоторой точке, основанная на измерениях только в предшествующих по времени точках. Используется, если сглаженные оценки направления взора необходимо получать непосредственно в ходе эксперимента. К примеру, необходимо изменять тестовое изображение в зависимости от движений глаз испытуемого;

2) *сглаживание* — величина в точке оценивается на основании измерений как в предыдущих, так и в последующих точках. Алгоритмы сглаживания позволяют получить «очищенные» данные, точнее описывающие положение глаз, но их можно применять только в режиме постобработки полученных записей.

Простейшим методом сглаживания является непараметрический алгоритм Надарая-Ватсона. Точкам присваиваются веса  $K_p$ , убывающие с расстоянием от центра окна. При вычислении оценки учитываются только те точки, которые попадают в окно сглаживания. Каждая точка нового, сглаженного временного ряда вычисляется путем усреднения взвешенных значений, попавших в ее окрестность:

$$\hat{y}_k = \frac{\sum_{i=-n}^n y_{k+i} K\left(\frac{t_k - t_{k+i}}{h}\right)}{\sum_{i=-n}^n K\left(\frac{t_k - t_{k+i}}{h}\right)}$$

Невозрастающая ограниченная четная функция  $K(u)$  называется ядром (отсюда еще одно название — ядерная оценка). Обычно считается, что она отлична от нуля только на отрезке  $[-1, 1]$ . Ширина окна сглаживания весовой функции  $K\left(\frac{t}{h}\right)$  задается параметром  $h$ . Чем больше этот параметр, тем шире окно. Форма ядра слабо влияет на результаты сглаживания. Наиболее популярно ядро Епанечникова.

$$K(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - u^2), & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1 \end{cases}$$

Оценка Надарая-Ватсона является оценкой метода наименьших квадратов, минимизирующей взвешенную сумму квадратов отклонений:

$$\sum_{i=-n}^n K\left(\frac{t_k - t_{k+i}}{h}\right) (y_{k+i} - \hat{y}_k)^2 \rightarrow \min_{\hat{y}_k}$$

Взяв производную по  $\hat{y}_k$  и приравняв ее к нулю, получаем в качестве решения оценку Надарая-Ватсона.

Все рассмотренные линейные оценки достаточно быстро вычисляются и дают хорошие результаты при восстановлении гладких функций с гауссовым шумом. Но если шум существенно отличается от нормального (например, содержит большие выбросы) или восстанавливаемая функция подвержена резким скачкам, в области таких особых точек линейные оценки ведут себя крайне неустойчиво и не отражают реального поведения восстанавливаемой функции. К сожалению, именно записи движений глаз обычно содержат большие выбросы в тех местах, где алгоритм определения направления взгляда дает сбой (например, при моргании испытуемого). Кроме того, движения глаз включают резкие скачки (саккады и микросаккады), которые также плохо обрабатываются линейными алгоритмами. Все это заставляет выбирать альтернативные способы сглаживания, не имеющие подобных недостатков.

Одно из наиболее распространенных решений заключается в том, чтобы отказаться от поиска минимума суммы квадратов отклонений и заменить квадратичную функцию на такую функцию потерь, при которой решение не так сильно зависит от больших выбросов. Будем искать сглаженные значения как решение задачи минимизации (Цыбаков, 1982a, b):

$$\sum_{i=-n}^n K\left(\frac{t_k - t_{k+i}}{h}\right) F(y_{k+i} - \hat{y}_k) \rightarrow \min_{\hat{y}_k}$$

где функция потерь  $F(u)$  — выпуклая функция действительного переменного, имеющая производную  $\psi(u) = F'(u)$ .

Для получения оценки  $\hat{y}_k$  в каждой точке нужно, как и ранее, приравнять к нулю производную и решить полученное нелинейное уравнение

$$f(\hat{y}_k) = \sum_{i=-n}^n K\left(\frac{t_k - t_{k+i}}{h}\right) \psi(y_{k+i} - \hat{y}_k) = 0$$

При квадратичной функции потерь  $F(u) = \frac{1}{2}u^2$  функция  $\psi(u) = u$  линейная, что приводит к легко вычисляемой оценке Надарая-Ватсона. В общем же случае приходится использовать численные методы, чтобы найти  $\hat{y}_k$ .

При  $F(u) = |u|$  и  $\psi(u) = \text{sign}(u)$  оценка является скользящей взвешенной медианой. Известен алгоритм вычисления этой оценки за конечное число шагов (Цыбаков, 1982b). Если веса одинаковы (прямоугольное окно), то взвешенная медиана превращается в обыкновенную медиану, которая является решением задачи о минимизации суммы абсолютных величин отклонений измеренных величин от искомой оптимальной оценки  $\hat{y}_k$ .

Медианный сглаживатель хорошо убирает импульсные шумы, сохраняя ступеньки в исходном сигнале. Подобные методы сейчас широко используются для предварительного сглаживания записей движений глаз. В то же время медианные алгоритмы недостаточно эффективны в области точек фиксации, где глаза почти не двигаются.

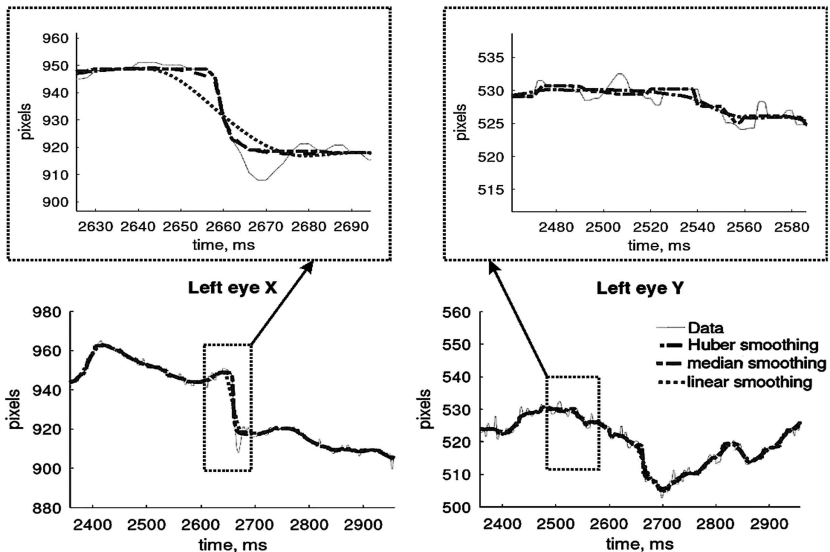
Таким образом, мы приходим к выводу, что линейный и медианный алгоритмы хорошо подходят для обработки различных участков записей движений глаз, но в целом необходим некий «гибрид», который мог бы оптимально обрабатывать всю запись.

Такое промежуточное положение занимает функция потерь Хубера (Хьюбер, 1984):

$$F(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}u^2, & |u| \leq C \\ C|u| - \frac{1}{2}C^2, & |u| > C \end{cases}$$

Ее производная  $\psi(u)$  является кусочно-линейной. При малых значениях константы Хубера  $C$  оценка стремится к скользящей медиане, а при больших значениях превращается в линейную оценку Надарая-Ватсона. Этот подход хорошо известен, но обычно для вычисления оценки Хубера предлагается использовать итерационный алгоритм, что сильно замедляет вычисления для длинных временных рядов. Вероятно, именно по этой причине такие сглаживатели до сих пор не использовались для обработки записей движений глаз.

Между тем быстрый алгоритм вычисления оценки Хубера за конечное число шагов был разработан А. Б. Цыбаковым и В. Е. Дубровским (неопубликованный отчет, 1990) для одной из первых версий статистического пакета XploRe (Хардле, 1993). Работа алгоритма основана на следующей идее: функция  $f(\hat{y}_k)$  является суммой кусочно-линейных функций, то есть также кусочно-линейная.



**Рисунок 1.** Запись движений глаз, обработанная нелинейным хуберовским сглаживателем, медианным сглаживателем и линейным сглаживателем Надарая-Ватсона (с одинаковой функцией окна). По оси X – время (мс), по оси Y – направление оптической оси глаза (пиксели на экране). Отдельные характерные фрагменты увеличены для наглядности

Если упорядочить список узлов, в которых изменяется коэффициент наклона сегментов, то, перебирая сегменты последовательно, можно найти точку, в которой очередной линейный сегмент пересекает ось абсцисс, то есть решение  $f(\hat{y}_k)=0$ . При этом нет необходимости каждый раз производить полную сортировку списка узлов при сдвиге окна. Вся структура поддерживается в виде упорядоченного списка, в который добавляются новые точки. Те точки, которые больше не попадают в окно, из списка удаляются.

Нами создана программа, реализующая описанный метод сглаживания в среде MATLAB/OCTAVE. На рис. 1 представлены примеры работы алгоритма при сглаживании записей движения глаз в области микросаккады. Были использованы следующие параметры: ядро Епанечникова, ширина окна 42 мс, константа Хубера  $C=5$ .

В области скачкообразного изменения сигнала (микросаккада) хуберовский и медианный сглаживатели работают примерно одинаково (рис. 1 слева сверху). Предлагаемый алгоритм выдает близкую к исходным данным сглаживающую кривую, что позволяет с большей точностью оценивать традиционно интересующие психологов параметры микродвижений глаза: скорость, длительность и др.

В тех областях, где сигнал приближенно можно считать стационарным, хорошо работают как хуберовский, так и линейный сглаживатели. Медианное сглаживание дает недостаточно гладкую оценку (рис. 1 справа сверху). Таким образом, главное преимущество сглаживателя Хубера заключается в том, что он одинаково хорошо выполняет свои задачи на любых участках записи движений глаз.

## Литература

- Хардле В.* Прикладная непараметрическая регрессия. М.: Мир, 1993.  
*Хьюбер Д. П.* Робастность в статистике. М.: Мир, 1984.  
*Цыбаков А. Б.* Робастные оценки значений функции // Проблемы передачи информации. 1982. Т. 18. № 3. С. 39 – 52.  
*Цыбаков А. Б.* Непараметрическое оценивание сигнала при неполной информации о распределении шума // Проблемы передачи информации. 1982. Т. 18. № 2. С. 44 – 60.  
*Duchowski A. T.* Eye tracking methodology. Theory and practice. Springer, 2017.

## ROBUST SMOOTHING PROCEDURE OF EYE TRACKING DATA FOR MICRO-MOVEMENT ANALYSIS

V. E. Doubrovski\*, A. V. Garusev, E. G. Luniakova

[vicdubr@mail.ru](mailto:vicdubr@mail.ru)

Lomonosov Moscow State University, Faculty of Psychology, Moscow

**Abstract.** Almost any recording of eye movements is noisy. In most cases, this noise can be neglected, since the error introduced is quite small. But when studying micro-movements of the eyes, the noise level of the equipment matches the amplitude of the useful signal, so it is necessary to smooth the data. Typically, linear smoothers are used to reduce

the noise. Since they are very sensitive to outliers and leaps, preliminary median smoothing is performed. It would be useful to have one robust procedure as an alternative to this two-step smoothing process. In this work, another technique is suggested, based on the Huber M-smoother (Tsybakov, Doubrovski, unpublished report, 1990). A program implemented in the MATLAB/OCTAVE environment allowed us to calculate quickly Huber's estimates in a finite number of steps. The smoothing algorithm was tested on eye movement data containing micro-saccades with amplitudes up to  $1^\circ$ , and showed high efficiency.

**Keywords:** eye movements, eye tracking, nonparametric regression, robust data smoothing